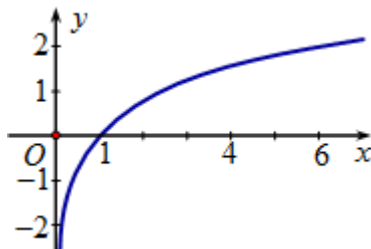


ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 11 - ĐỀ SỐ 02

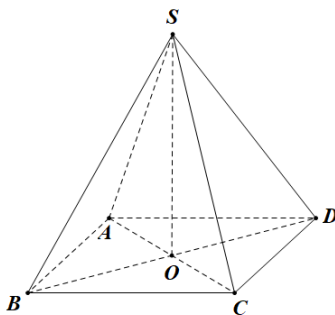
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$. B. $y = 5^x$. C. $y = \log_{\sqrt{5}} x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng



- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{-1; 0\}$. D. $\{0\}$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- A. $(\log_3 2; +\infty)$, B. $(-\infty; \log_2 3)$, C. $(-\infty; \log_3 2)$, D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào dưới đây?

- A. \widehat{SCA} . B. \widehat{SCB} . C. \widehat{CSA} . D. \widehat{CSB} .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (SOA)$. B. $(SBD) \perp (SAC)$. C. $(SCD) \perp (SOA)$. D. $(SCD) \perp (SAD)$.

Câu 8: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 15. B. 90. C. 10. D. 30.

Câu 9: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $5 \cdot 10^3 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ gần với giá trị nào nhất sau đây?
A. $6579,66(m^3)$. **B.** $7299,90(m^3)$. **C.** $6326,60(m^3)$. **D.** $6083,26(m^3)$.

Câu 10: Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.
A. 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Câu 11: Giá đỡ ba chân ở hình dưới (coi ba chân gắn cố định vào cùng một điểm), đang được mở sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng 110cm, biết các chân của giá đỡ dài 129cm. Chiều cao (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của giá đỡ là:



- A.** 112,27 cm. **B.** 112,28 cm.
C. 121,28 cm. **D.** 211,28 cm.

Câu 12: Thể tích một cái sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng 80 cm, đáy nhỏ có cạnh bằng 40 cm và cạnh bên bằng 80 cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:



- A.** $279377,08 cm^2$. **B.** $297377,07 cm^2$. **C.** $279737,08 cm^2$. **D.** $279377,09 cm^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Ông A đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi. Lãi suất được cho là không đổi trong suốt thời gian vay tiền. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm lớn hơn 850 triệu đồng?
 b) Ông A định dùng tiền lãi sau 2 năm để mua chiếc xe SH trị giá 100 triệu đồng. Sau đúng 2 năm tiền lãi thu được đủ để ông A mua chiếc xe đó.
 c) Sau ít nhất 45 tháng thì số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng?
 d) Sau khi gửi, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Một năm sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại ít hơn 776 triệu đồng?

Câu 2: Cho hình chóp $SABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC (biết rằng các trực tâm này không trùng với các đỉnh của tam giác ABC và SBC).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp (SAH)$.		
b)	$SB \perp (CHK)$.		
c)	$HK \perp (SBC)$.		
d)	$BC \perp (SAB)$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3^2 x} + \frac{1}{\log_3^3 x} + \dots + \frac{1}{\log_3^n x} = \frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

Câu 2: Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m(t) = m_0 \cdot e^{-kt}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t , k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ^{14}C sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ vật có tuổi là bao nhiêu?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , biết $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAD) \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Côsin của góc nhị diện $[B, SC, D]$ có dạng phân số tối giản $\frac{-a}{b}$, tính $a + b$?

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Góc giữa đường thẳng MN và AC bằng bao nhiêu độ?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thoả mãn $\ln a + \ln(8b) = 2 \ln(a + 2b)$. Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$$

Câu 2: Giả sử nhiệt độ T ($^{\circ}C$) của một vật giảm dần theo thời gian được cho bởi công thức $T = 28 + 70e^{-0.5t}$, trong đó thời gian t tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật;

b) Hỏi sau bao lâu thì nhiệt độ của vật là $34^{\circ}C$?

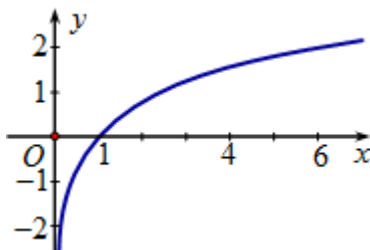
Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính số đo của góc nhị diện $[M, BD, C]$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

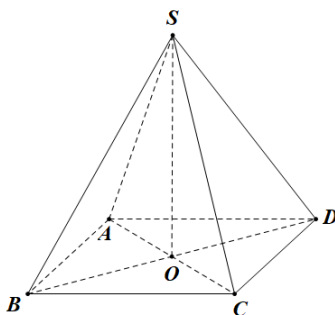


- A. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$. B. $y = 5^x$. C. $y = \log_{\sqrt{5}} x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Lời giải

Đường cong là đồ thị của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng



- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải

Vì $BC \parallel AD \Rightarrow \widehat{(SD, BC)} = \widehat{(SD, AD)}$.

Vì tam giác SAD đều cạnh a nên $\widehat{SDA} = 60^\circ$.

Vậy $\widehat{(SD, BC)} = \widehat{SDA} = 60^\circ$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{-1; 0\}$. D. $\{0\}$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x^2 - x + 3 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

Ta có: $\log_3(x^2 - x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 1\}$.

- Câu 5:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là
A. $(\log_3 2; +\infty)$, **B.** $(-\infty; \log_2 3)$, **C.** $(-\infty; \log_3 2)$, **D.** $(\log_2 3; +\infty)$.

Lời giải

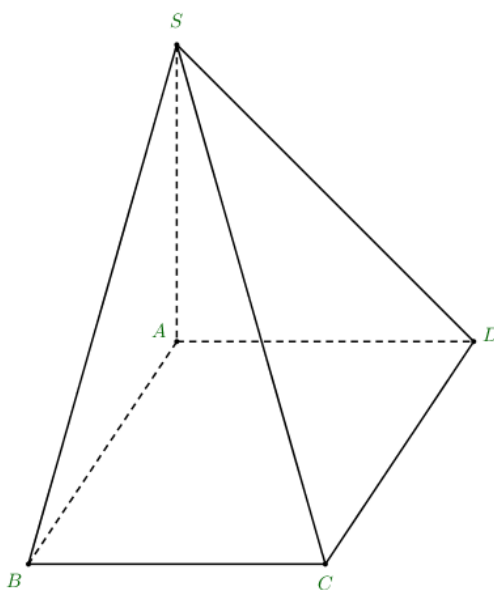
Ta có: $2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $(\log_2 3; +\infty)$.

- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào dưới đây?

- A.** \widehat{SCA} . **B.** \widehat{SCB} . **C.** \widehat{CSA} . **D.** \widehat{CSB} .

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp SA, BC \perp AB \\ SA, AB \subset (SAB) \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

$\Rightarrow B$ là hình chiếu vuông góc của C lên (SAB) .

Do đó góc giữa SC và (SAB) là \widehat{CSB} .

- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $(SBC) \perp (SOA)$. **B.** $(SBD) \perp (SAC)$. **C.** $(SCD) \perp (SOA)$. **D.** $(SCD) \perp (SAD)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp SA, BD \perp AC \\ SA, AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Mà $BD \subset (SBD) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$.

- Câu 8:** Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng
A. 15. **B.** 90. **C.** 10. **D.** 30.

Lời giải

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10.$$

- Câu 9:** Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $5 \cdot 10^3 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ gần với giá trị nào nhất sau đây?
A. $6579,66(m^3)$. **B.** $7299,90(m^3)$. **C.** $6326,60(m^3)$. **D.** $6083,26(m^3)$.

Lời giải

Sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ là $P_6 = 5 \cdot 10^3 \cdot (1 + 0,04)^6 \approx 632660(m^3)$.

- Câu 10:** Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.
A. 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Lời giải

Gọi A là số tiền gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, T là số tiền cả gốc lẫn lãi thu được sau n tháng. Ta có $T = A(1+r)^n$.

$$\text{Theo đề } T = 50 \cdot (1,005)^n > 60 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} \frac{6}{5} \approx 36,6.$$

Vậy sau ít nhất 37 tháng thì ông A thu được số tiền cả gốc lẫn lãi hơn 60 triệu đồng.

- Câu 11:** Giá đỡ ba chân ở hình dưới (coi ba chân gắn cố định vào cùng một điểm), đang được mở sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng 110cm, biết các chân của giá đỡ dài 129cm. Chiều cao (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của giá đỡ là:



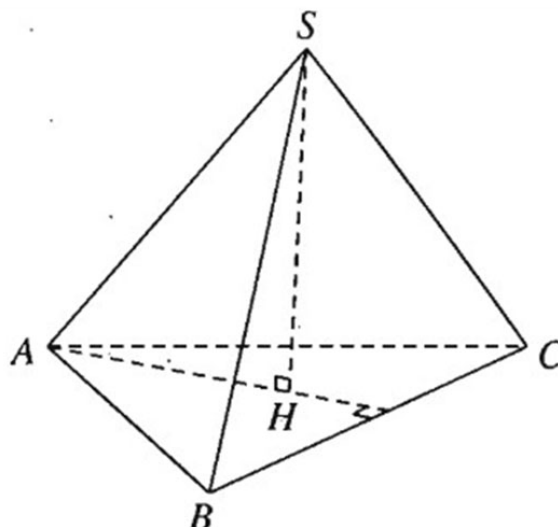
A. 112,27cm.

B. 112,28cm.

C. 121,28cm.

D. 211,28cm.

Lời giải



Tam giác ABC đều cạnh bằng 110cm, nên $AH = \frac{110\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của giá đỡ là độ dài SH.

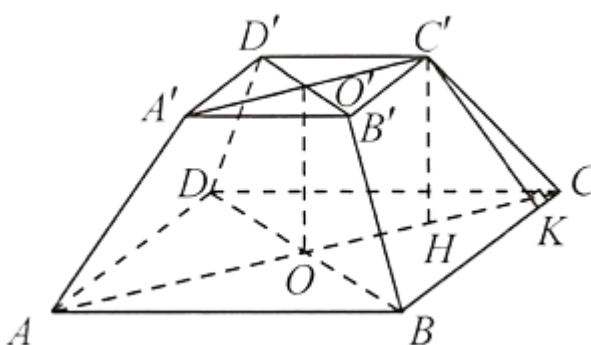
$$\text{Vậy } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{129^2 - \left(\frac{110\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{37823}{3}} \approx 112,28\text{cm}.$$

Câu 12: Thể tích một cái sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng 80cm, đáy nhỏ có cạnh bằng 40cm và cạnh bên bằng 80cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:



- A.** $279377,08\text{ cm}^2$. **B.** $297377,07\text{ cm}^2$. **C.** $279737,08\text{ cm}^2$. **D.** $279377,09\text{ cm}^2$.

Lời giải



Ta có: $OC = 40\sqrt{2}$, $O'C' = 20\sqrt{2}$, suy ra $CH = 20\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông $C'CH$, ta có $C'H = \sqrt{C'C^2 - CH^2} = 20\sqrt{14}$.

Nên $OO' = C'H = 20\sqrt{14}$.

Thể tích của cái sọt đựng đồ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 20\sqrt{14} \cdot (6400 + \sqrt{6400 \cdot 1600} + 1600) \approx 279377,08\text{ cm}^2.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Ông A đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi. Lãi suất được cho là không đổi trong suốt thời gian vay tiền. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm lớn hơn 850 triệu đồng?
- Ông A định dùng tiền lãi sau 2 năm để mua chiếc xe SH trị giá 100 triệu đồng. Sau đúng 2 năm tiền lãi thu được đủ để ông A mua chiếc xe đó.
- Sau ít nhất 45 tháng thì số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng?
- Sau khi gửi, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Một năm sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại ít hơn 776 triệu đồng?

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai: Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm:

$$A_2 = A(1+r)^{12} = 800000000.(1+0,5\%)^{12} \approx 849342250 < 850000000$$

b) Đúng: Số tiền lãi ông A rút về sau hai năm:

$$A_{12} = A(1+r)^{12} = 800000000.(1+0,5\%)^{24} - 800000000 \approx 101728000 > 100000000$$

c) Đúng: Số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng: $800000000.(1+0,5\%)^n > 1000000000$

$$\Leftrightarrow (1+0,5\%)^n > \frac{5}{4} \Leftrightarrow n > \log_{(1+0,5\%)}\left(\frac{5}{4}\right) \Leftrightarrow n > 44,74 \text{ tháng.}$$

d) Đúng: Gửi ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất r /tháng. Mỗi tháng vào ngày ngân hàng tính lãi, rút ra số tiền là X đồng. Số tiền còn lại sau n tháng được tính theo công thức:

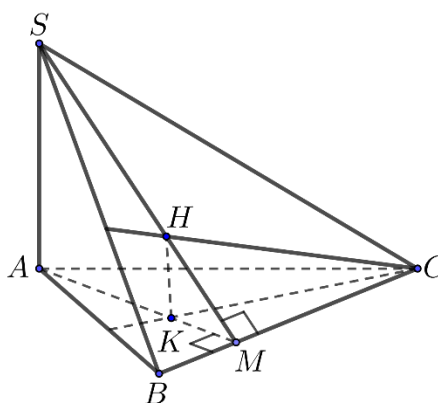
$$S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 800(1,005)^{12} - 6 \cdot \frac{(1,005)^{12} - 1}{0,005} = 775.3288753$$

Câu 2: Cho hình chóp $SABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC (biết rằng các trực tâm này không trùng với các đỉnh của tam giác ABC và SBC).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp (SAH)$.		
b)	$SB \perp (CHK)$.		
c)	$HK \perp (SBC)$.		
d)	$BC \perp (SAB)$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Đúng

$$BC \perp (SAH).$$

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH).$

b) Đúng

$SB \perp (CHK).$

Có $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SA \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow CK \perp SB.$

Lại có $CH \perp SB$. Từ đó suy ra $SB \perp (CHK).$

c) Đúng

$HK \perp (SBC).$

Có $\begin{cases} BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp HK \\ SB \perp (CHK) \Rightarrow SB \perp HK \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBC).$

d) Sai

$BC \perp (SAB).$

Giả sử $BC \perp (SAB)$, suy ra $CB \perp AB$ (mâu thuẫn giả thiết $K \neq B$).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

Lời giải

Trả lời: 43

Ta có $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{1}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{3}{\log_3 x} + \dots + \frac{n}{\log_3 x} = \frac{n(n+1)}{2 \log_3 x}.$

Do đó $\frac{n(n+1)}{2} = 210 \Leftrightarrow n^2 + n - 420 = 0 \Leftrightarrow n = 20.$

Vậy $P = 2.20 + 3 = 43.$

Câu 2: Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m(t) = m_0 \cdot e^{-kt}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t , k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ^{14}C sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ vật có tuổi là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 2378

Ta có $m(t) = m_0 \cdot e^{-kt} \Leftrightarrow e^{-kt} = \frac{m(t)}{m_0} \Leftrightarrow -kt = \ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right)$.

Do chu kỳ bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm nên $k = \frac{-1}{t} \cdot \ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right) = \frac{\ln 2}{5730}$.

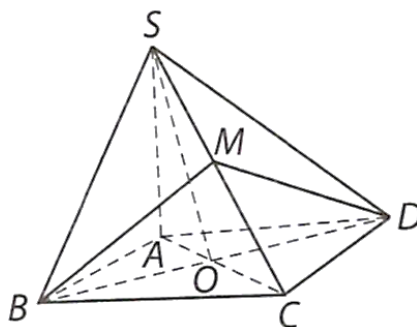
Mẫu đồ cổ có một lượng Cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng Cacbon ban đầu của nó nên $m(t) = \frac{3}{4}m_0 \Leftrightarrow \frac{m(t)}{m_0} = \frac{3}{4}$.

Mẫu đồ vật có tuổi là $t = \frac{-1}{k} \cdot \ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right) = \frac{-5730}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{3}{4}\right) \approx 2378$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , biết $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAD) \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Côsin của góc nhị diện $[B, SC, D]$ có dạng phân số tối giản $\frac{-a}{b}$, tính $a + b$?

Lời giải

Trả lời: 7



Kẻ $BM \perp SC$ tại M thì $DM \perp SC$ nên $[B, SC, D] = \widehat{BMD}$.

Ta có $BC \perp (SAB)$ nên tam giác SBC vuông tại B , tính được $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$ và

$DM = BM = \frac{SB \cdot BC}{SC} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Áp dụng định lí côsin trong tam giác BDM , ta có:

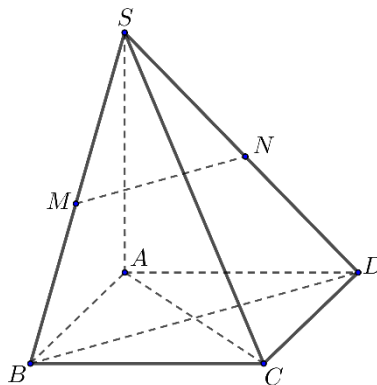
$\cos \widehat{BMD} = \frac{BM^2 + DM^2 - BD^2}{2 \cdot BM \cdot DM} = -\frac{3}{4}$.

Vậy $a + b = 7$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Góc giữa đường thẳng MN và AC bằng bao nhiêu độ?

Lời giải

Trả lời: 90



Ta có $MN \parallel BD$ (vì MN là đường trung bình của ΔSBD)

Lại có $AC \perp BD$ (tính chất của hình thoi)

$\Rightarrow MN \perp AC$. Do đó $(\widehat{MN; AC}) = 90^\circ$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thỏa mãn $\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a+2b)$. Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$$

Lời giải

Với a, b là các số thực dương khác 1, ta có:

$$\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a+2b)$$

$$\Leftrightarrow \ln(8ab) = \ln(a+2b)^2 \Leftrightarrow 8ab = (a+2b)^2 \Leftrightarrow (a+2b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 2b.$$

$$\text{Khi đó: } P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b} = \log_b(4b) + \log_b(2b) - \log_b 8 = \log_b \frac{8b^2}{8} = \log_b b^2 = 2.$$

Câu 2: Giả sử nhiệt độ T ($^\circ C$) của một vật giảm dần theo thời gian được cho bởi công thức $T = 28 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật;

b) Hỏi sau bao lâu thì nhiệt độ của vật là $34^\circ C$?

Lời giải

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật;

Ban đầu, thời gian $t = 0$.

$$\text{Khi đó, nhiệt độ của vật là } T_0 = 28 + 70e^{-0,5 \cdot 0} = 28 + 70 = 98 \text{ (}^\circ C\text{)}$$

b) Hỏi sau bao lâu thì nhiệt độ của vật là $34^\circ C$?

Gọi sau khoảng thời gian x phút thì nhiệt độ của vật còn $34^\circ C$ ($x > 0$)

Khi đó, ta có x là nghiệm của phương trình

$$28 + 70e^{-0,5x} = 34$$

$$\Leftrightarrow 70e^{-0,5x} = 6$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,5x} = \frac{3}{35}$$

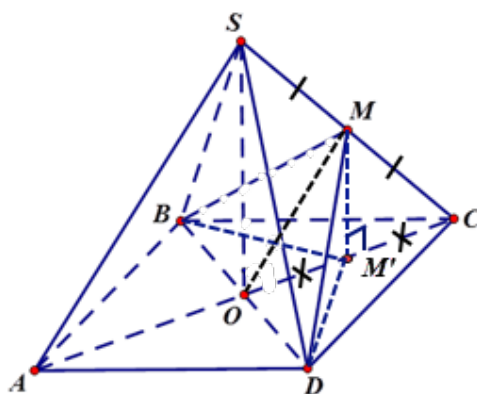
$$\Leftrightarrow -0,5x = \ln\left(\frac{3}{35}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = -2\ln\left(\frac{3}{35}\right) \approx 4,9 \text{ (TMDK)}$$

Vậy sau khoảng 4,9 phút thì nhiệt độ của vật giảm còn 34°C .

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính số đo của góc nhị diện $[M, BD, C]$

Lời giải



Ta có $[M, BD, C] = \widehat{MOC}$. Gọi M' là trung điểm OC .

$$\text{Có } S_{\Delta MB D} = \frac{1}{2} MO \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}; \quad S_{\Delta BM'D} = \frac{1}{2} M'O \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2}{4}.$$

$$\text{Do đó } \cos \alpha = \frac{S_{\Delta BM'D}}{S_{\Delta BMD}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^{\circ}.$$

----- HẾT -----